

Тема: Определение параметров выборочного распределения, построение полигонов и гистограмм.

Цель работы: применить теоретические знания при решении задач на определение параметров выборочного распределения, построение полигонов и гистограмм для углубления, систематизации и расширения знаний.

Необходимый теоретический материал:

1. Генеральная и выборочная совокупности. Пусть требуется изучить совокупность однородных объектов относительно некоторого качественного или количественного признака, характеризующего эти объекты. Например, если имеется партия деталей, то качественным признаком может служить стандартность детали, а количественным—контролируемый размер детали. Иногда проводят сплошное обследование, т. е. обследуют каждый из объектов совокупности относительно признака, которым интересуются. На практике, однако, сплошное обследование применяют сравнительно редко. Например, если совокупность содержит очень большое число объектов, то провести сплошное обследование физически невозможно. Если обследование объекта связано с его уничтожением или требует больших материальных затрат, то проводить сплошное обследование практически не имеет смысла. В таких случаях случайно отбирают из всей совокупности ограниченное число объектов и подвергают их изучению. Различают генеральную и выборочную совокупности:

● Генеральной совокупностью называют совокупность всех мысленно возможных объектов данного вида, над которыми проводятся наблюдения с целью получения конкретных значений случайной величины, или совокупность результатов всех мыслимых наблюдений, проводимых в неизменных условиях над одной из случайных величин, связанных с данным видом объектов.

● Выборочной совокупностью называют часть отобранных объектов из генеральной совокупности.

● Объемом совокупности (выборочной или генеральной) называют число объектов этой совокупности. Например, если из 1000 деталей отобрано для обследования 100 деталей, то объем генеральной совокупности $N = 1000$, а объем выборки $n = 100$.

Число объектов генеральной совокупности N значительно превосходит объем выборки n .

2. Гистограмма частот и относительных частот.

Гистограмма частот изображается так: над каждым интервалом строится прямоугольник, основанием которого служит данный интервал, а высотой – частота в данном интервале. Как правило, для удобства рассмотрения единицы масштаба по оси абсцисс и по оси ординат выбираются разными. Кроме того, и начала отсчета по разным осям тоже могут не совпадать. Гистограмма частот для рассматриваемого примера показана на рис. 1.

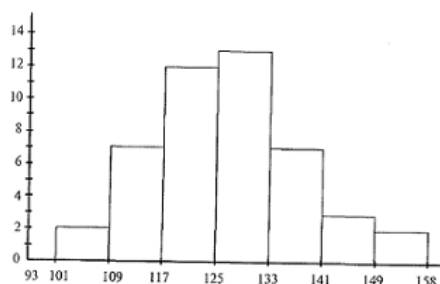
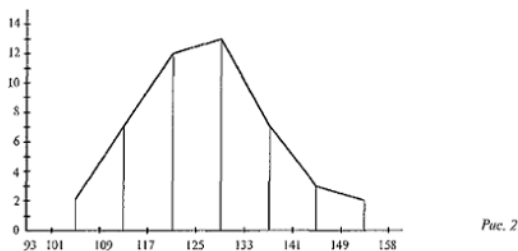


Рис. 1

Если по оси ординат откладывать не частоты в интервалах, а относительные частоты в интервалах, то подобным образом можно построить гистограмму относительных частот.

Полигон частот для интервального вариационного ряда изображается так: в середине каждого интервала строится ордината, равная частоте на этом интервале, и концы ординат соединяются. Полигон частот для рассматриваемого примера показан на рис.2.



Если же строить в середине каждого интервала ординату, равную относительной частоте на этом интервале, и соединить концы ординат, то получим полигон относительных частот.

3. Дискретный вариационный ряд.

Обычно полученные наблюдаемые данные представляют собой множество расположенных в беспорядке чисел. Просматривая это множество чисел, трудно выявить какую-либо закономерность их варьирования (изменения). Для изучения закономерностей варьирования значений случайной величины опытные данные подвергают обработке. Рассмотрим пример.

На телефонной станции проводились наблюдения над числом X неправильных соединений в минуту. Наблюдения в течение часа дали следующие результаты: 3; 1; 3; 1; 4; 2; 2; 4; 0; 3; 0; 2; 2; 0; 2; 1; 4; 3; 3; 1; 4; 2; 2; 1; 1; 2; 1; 0; 3; 4; 1; 3; 2; 7; 2; 0; 0; 1; 3; 3; 1; 2; 4; 2; 0; 2; 3; 1; 2; 5; 1; 1; 0; 1; 1; 2; 2; 1; 1; 5. Здесь число X является дискретной случайной величиной, а полученные о ней сведения представляют собой статистические (наблюдаемые) данные.

Операция, заключающаяся в том, что результаты наблюдений над случайной величиной, т. е. наблюдаемые значения случайной величины, располагают в порядке неубывания, называется ранжированием опытных данных.

Из ряда чисел видно, что все 60 значений случайной величины разбиты на семь групп, в пределах каждой из которых все значения случайной величины одинаковы. Таким образом, имеется семь различных значений случайной величины: 0; 1; 2; 3; 4; 5; 7. Каждое такое значение обычно называют вариантом.

Значение случайной величины, соответствующее отдельной группе сгруппированного ряда наблюдаемых данных, называется вариантом, а изменение этого значения варьированием.

Варианты будем обозначать малыми буквами конца латинского алфавита с соответствующими порядковому номеру группы индексами.

Для каждой группы сгруппированного ряда данных можно подсчитать их численность, т.е. определить число, которое показывает, сколько раз встречается соответствующий вариант в ряде наблюдений. Такие числа называют частотой варианта.

● Численность отдельной группы сгруппированного ряда наблюдаемых данных называется частотой или весом соответствующего варианта и обозначается t_i , где i —индекс варианта.

В ряде случаев представляет практический интерес относительная частота.

● Отношение частоты данного варианта к общей сумме частот всех вариантов называется частотью или долей этого варианта и обозначается p_i , где i —индекс варианта, т.е. $\hat{p}_i = \frac{m_i}{n}$

● Дискретным вариационным рядом распределения называется ранжированная совокупность вариантов x_i с соответствующими им частотами или частотями.

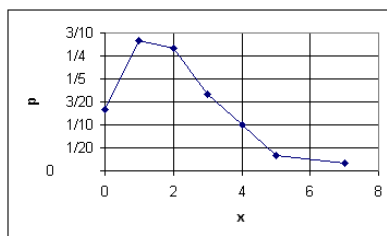
Для рассмотренного примера ряд имеет вид:

x_i	0	1	2	3	4	5	7
m_i	8	17	16	10	6	2	1
\hat{p}_i	8/60	17/60	16/60	10/60	6/60	2/60	1/60

По данным дискретного вариационного ряда строят

● полигон частот или относительных частот: ломаную, отрезки которой соединяют точки

$$(x_i, m_i) \text{ и } (x_i, \hat{p}_i)$$



Задания:

Вариант-1

Задача №1. Дана выборка:

2, 6, 3, 2, 0, 1, 3, 6, 6, 1, -1, 3.

Построить вариационный ряд, найти объем выборки, размах выборки, построить статистический ряд и выборочное распределение, построить полигон частот и полигон относительных частот.

Задача №2. Для выборки:

5, 8, 5, 15, 16, 30, 21, 27, 5, 19, 22, 11, 14, 17, 5, 9, 21, 25, 16, 12, 13, 7, 21, 25, 9.

Построить гистограмму частот, если число частичных промежутков равно 5.

Вариант-2

Задача №1. Для выборки:

1, 1, 3, 3, -5, -5, 3, 1, 1, 1.

Составить вариационный ряд, определить объем и размах выборки, построить статистический ряд и выборочное распределение, построить полигон частот и полигон относительных частот.

Задача №2. В результате измерения массы продукции получена выборка:

**215, 221, 224, 229, 231, 240, 236, 233, 226, 220, 224, 219, 221, 227, 234,
236, 231, 224, 222, 215, 223, 226, 232, 217, 220, 219, 223.**

Построить гистограмму частот, если число частичных промежутков равно 5.

Контрольные вопросы.

1. Перечислить основные задачи математической статистики.
2. Сформулировать определение генеральной совокупности, выборки.
3. Виды выборок и способы отбора.
4. Что называется частотой и относительной частотой варианта?
5. Алгоритм составления вариационного ряда. Полигон частот или относительных частот.
6. Алгоритм составления интервального вариационного ряда. Гистограмма частот и гистограмма относительных частот, их геометрический смысл.